

Microeconomía - 2025

Teoría del Consumidor

Ingeniería Comercial - FACSE - UCM

Abril, 2025

Objetivos:

- Comprender las relaciones de preferencias sobre canastas, su representación matemática y las diferentes propiedades que pueden satisfacer las preferencias.
- Examinar bajo qué condiciones la relación de preferencias de un individuo puede representarse matemáticamente mediante una función de utilidad.
- Comprender la relación entre preferencias y utilidad.

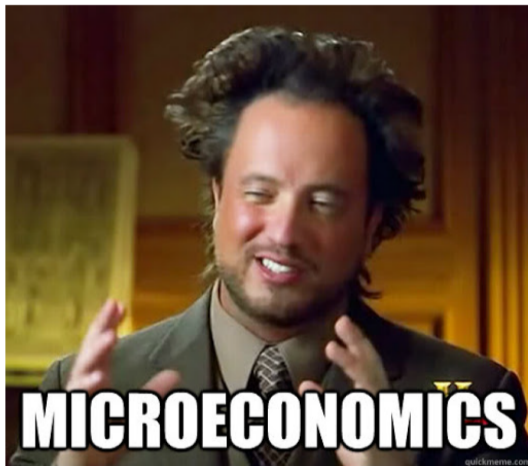
La Conducta de los Consumidores

El estudio de la conducta de los consumidores implica tres etapas:

- 1 **Las preferencias de los consumidores:** Describe las razones por las que las personas prefieren un bien a otro. *Las preferencias pueden describirse gráfica y algebraicamente.*
↳ *Que nos gustaría tener*
- 2 **Las restricciones presupuestarias:** Las personas tienen un ingreso limitado.
↳ *Que podemos tener*
- 3 **La combinación de las preferencias de los consumidores y las restricciones presupuestarias** se utilizan para determinar las elecciones de los consumidores. A partir de estas se obtienen las curvas de demanda individual y del mercado.

Las Preferencias de los Consumidores

Nociones Preliminares



El Problema de Elección

- Podemos pensar una decisión como la elección de una alternativa x dentro de un conjunto de opciones posibles X . Este conjunto X incluye todas las cosas que una persona podría llegar a elegir.
- Si la persona elige $x^* \in X$, entonces decimos que el problema de elección se resolvió en x^* .

Es importante notar que X **contiene sólo cursos de acción mutuamente excluyentes**. Por ejemplo, X puede ser el conjunto de todas las carreras universitarias a las que usted podía postular con su puntaje. Elegir estudiar Ingeniería Comercial fue seleccionar una alternativa x^* dentro de ese conjunto X .

Relación de Preferencias

Suponemos que una persona puede jerarquizar las opciones de un conjunto X de alternativas. Esa jerarquía es estable: si enfrenta el mismo conjunto otra vez, escogería la misma opción o la más alta disponible en su orden.

Relación de Preferencias

Suponemos que una persona puede jerarquizar las opciones de un conjunto X de alternativas. Esa jerarquía es estable: si enfrenta el mismo conjunto otra vez, escogería la misma opción o la más alta disponible en su orden.

Esa jerarquía se representa mediante una **relación de preferencias** sobre los elementos de X :

- $x \succeq x'$ significa que la opción x es al menos tan preferida como x' (preferencia débil).
- $x \succ x'$ significa que x es estrictamente preferida a x' (preferencia estricta).

La opción que una persona escoge en un problema de decisión es la más preferida dentro del conjunto disponible.

Axiomas de la elección racional

- La relación de preferencia \succeq resume cómo un individuo ordena las alternativas disponibles en un problema de elección.
- Para que esta relación sea coherente y permita representar el comportamiento de forma sistemática, debe cumplir ciertas propiedades fundamentales.
- A estas propiedades las llamamos **Axiomas de la Elección Racional**.

Axiomas de la Elección Racional

Axiomas de la Elección Racional

¿Qué es un *Axioma*?

Un **axioma** es una **regla básica que aceptamos como verdadera sin necesidad de demostrarla**. Es un punto de partida para construir teorías o explicaciones lógicas.

Axiomas de la Elección Racional

¿Qué es un *Axioma*?

Un **axioma** es una **regla básica que aceptamos como verdadera sin necesidad de demostrarla**. Es un punto de partida para construir teorías o explicaciones lógicas.

Ejemplo cotidiano:

En las películas de superhéroes, aceptamos que Superman puede volar.

Axiomas de la Elección Racional

¿Qué es un *Axioma*?

Un **axioma** es una **regla básica que aceptamos como verdadera sin necesidad de demostrarla**. Es un punto de partida para construir teorías o explicaciones lógicas.

Ejemplo cotidiano:

En las películas de superhéroes, aceptamos que Superman puede volar.

- No se intenta probar ni explicar científicamente.
- Se acepta como una verdad dentro de ese universo.
- Gracias a ese axioma, toda la historia tiene sentido.

Axiomas de la Elección Racional

¿Qué es un *Axioma*?

Un **axioma** es una **regla básica que aceptamos como verdadera sin necesidad de demostrarla**. Es un punto de partida para construir teorías o explicaciones lógicas.

Ejemplo cotidiano:

En las películas de superhéroes, aceptamos que Superman puede volar.

- No se intenta probar ni explicar científicamente.
- Se acepta como una verdad dentro de ese universo.
- Gracias a ese axioma, toda la historia tiene sentido.

En economía: También aceptamos ciertos axiomas para analizar el comportamiento del consumidor (por ejemplo: que puede comparar opciones, o que sus preferencias son consistentes).

Axioma 1: Reflexividad

Toda alternativa es al menos tan preferida como ella misma.

Formalmente:

Todas las alternativas son comparables

Para todo $x \in X$, $x \succeq x$

Interpretación: Este axioma es muy simple, pero fundamental. Afirma que cualquier alternativa es comparable consigo misma, y que el individuo no prefiere otra opción por sobre sí misma.

La reflexividad garantiza que la relación de preferencia está bien definida para cada elemento del conjunto de elección.

Axioma 2: Completitud

Para cualquier par de alternativas x y x' en el conjunto X , una persona es capaz de compararlas y expresar una preferencia clara entre ellas.

Formalmente:

$$\forall x, x' \in X, \quad x \succeq x' \quad \text{o bien} \quad x' \succeq x \quad \text{o bien} \quad x \sim x'$$

Capacidad de expresar la preferencia

Interpretación: el individuo siempre puede decir si prefiere una alternativa sobre otra o si le resultan indiferentes. No hay comparaciones “inconclusas” o “incomparables”.

Axioma 3: Transitividad

La relación de preferencias debe ser consistente entre múltiples comparaciones.

Formalmente:

$$\text{Si } x \succ x' \text{ y } x' \succ x'', \text{ entonces } x \succ x''.$$

Interpretación: Si una persona prefiere x sobre x' , y también prefiere x' sobre x'' , entonces debe preferir x sobre x'' .

Este axioma garantiza que las elecciones sean coherentes y no contradictorias.

Axioma 4: Continuidad

Las preferencias del individuo son estables frente a cambios pequeños en las alternativas.

Formalmente (versión intuitiva): Si $x \succeq x' \succeq x''$, entonces existe una combinación de x y x'' (una mezcla o "lotería") que el individuo considera indiferente respecto a x' .

Interpretación: Este axioma asegura que no hay "saltos bruscos" en las preferencias. Si una opción está entre dos otras que el individuo puede ordenar, entonces también debe poder encontrar un punto intermedio que le parezca igualmente atractivo.

Se prefiere la combinación o mezcla de las alternativas

Axioma 5: Monotonicidad (No saciedad)

Más es mejor (al menos un poco más de algún bien hace que la alternativa sea más preferida).

Formalmente (en consumo): Si $x = (x_1, x_2)$ y $x' = (x'_1, x'_2)$, y si $x_1 \geq x'_1$, $x_2 \geq x'_2$, con al menos una desigualdad estricta, entonces:

$$x \succ x'$$

Interpretación: El individuo prefiere tener más cantidad de al menos un bien, siempre que no tenga menos del otro.

Representación de las Preferencias y Utilidad Ordinal

Teorema:

Si los axiomas 1 al 4 se satisfacen, entonces existe una **Función de Utilidad** $U(x)$, continua que representa a la preferencia \succ .

Así, existiendo una función de utilidad, es posible representar el problema de elección como un **problema de maximización**:

$$x^*(X) = \arg \max_{x \in X} u(x)$$

Función de Utilidad y Curvas de Indiferencia

Representación de las Preferencias y Utilidad Ordinal

Importante: Esta función de utilidad no es única. Si $u(x) > u(x')$, entonces cualquier transformación monótona creciente $f(u)$ también representará la misma preferencia:

$$x \succeq x' \quad \Leftrightarrow \quad f(u(x)) \geq f(u(x'))$$

Por eso decimos que la utilidad es ordinal: Lo que importa es el *orden* que genera sobre las alternativas, no los valores numéricos específicos que asigna (a diferencia de la utilidad cardinal).

Función de Utilidad

¿Qué es una función de utilidad?

Es una función matemática que asigna un número a cada opción (o canasta de bienes) para representar las preferencias del consumidor.

$u(x_1) \geq u(x_2)$ si y solo si el consumidor prefiere x a y o es indiferente entre ambos.

Importante:

- La utilidad no mide “felicidad real”, solo representa el orden de preferencias.
- Si $u(x) = 10$ y $u(y) = 5$, solo significa que se prefiere x_1 a x_2 , no que se prefiere el doble.

Función de Utilidad

Ejemplo:

Si prefieres pizza a ensalada, una función de utilidad podría asignar:

$$u(\text{pizza}) = 8, u(\text{ensalada}) = 5$$

Solo indica que prefieres pizza, no cuánto más te gusta.

Interpretación:

- Las funciones de utilidad permiten representar preferencias con números.
- El número es arbitrario: lo importante es el orden, no la magnitud.

Función de Utilidad con dos bienes

Ejemplo: Función Cobb-Douglas

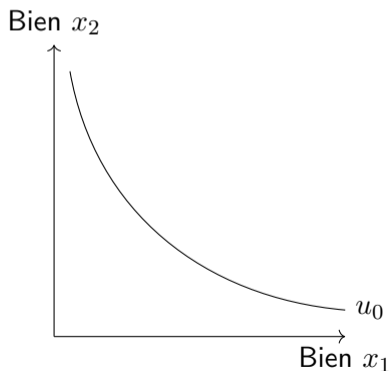
$$u(x_1, x_2) = x_1^{0,5} \cdot x_2^{0,5}$$

Interpretación:

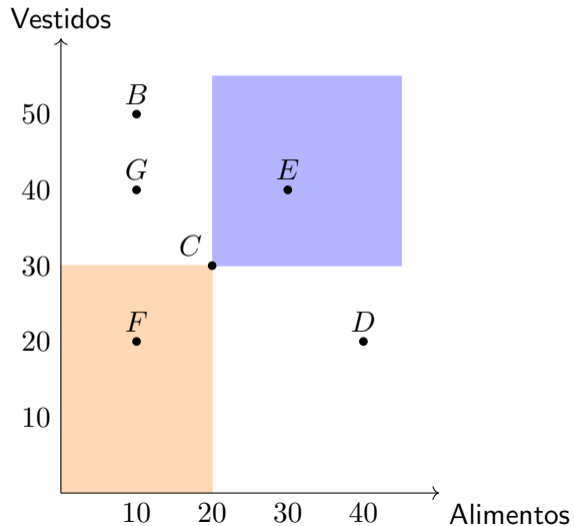
- El consumidor consume dos bienes: x_1 (por ejemplo, comida) y x_2 (por ejemplo, bebida).
- La utilidad depende de ambos bienes: si uno falta, la utilidad disminuye.
- Representa preferencias con sustitución parcial entre bienes.

Curvas de indiferencia

Una curva de indiferencia muestra un conjunto de pares de consumo entre los que el individuo se muestra indiferente. Es decir, estos pares le reportan el mismo nivel de satisfacción (utilidad) al consumidor.



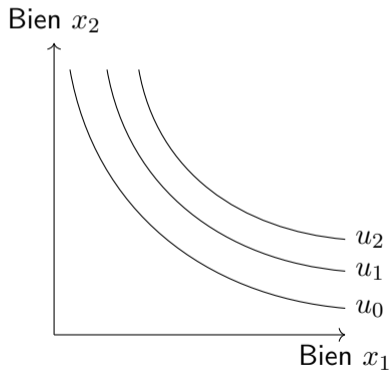
Curvas de indiferencia



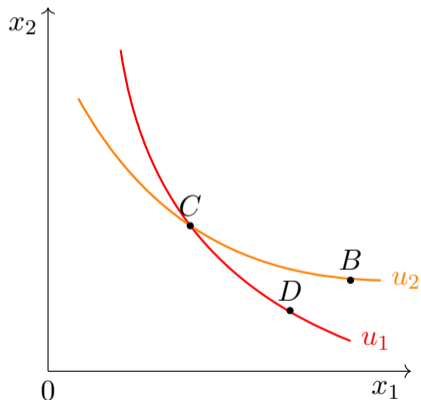
- $C \succ F$
- $E \succ C$
- Canasta C no puede compararse a canasta B , G o D sin tener mayor información.

Mapas de curvas de indiferencia

Gráfico que contiene un conjunto de curvas de indiferencia que muestran las cestas de mercado entre las que es indiferente un consumidor.



¿Se pueden cortar las curvas de indiferencia?



- $C \sim B$
- $C \sim D$
- Por transitividad, $B \sim D$. Sin embargo, la cesta B debe preferirse a la cesta D (Por supuesto de más es preferible a menos).

\Rightarrow las curvas de indiferencia no pueden cortarse.

Forma de las Curvas de Indiferencia

Características principales:

- **Pendiente negativa:** Para mantener el mismo nivel de utilidad, si el consumidor obtiene más de un bien, debe renunciar a parte del otro.
- **Convexidad al origen:** La pendiente de la curva disminuye a medida que aumenta la cantidad de un bien. Es decir, la tasa a la que el consumidor está dispuesto a sustituir un bien por otro disminuye.

Relación Marginal de Sustitución

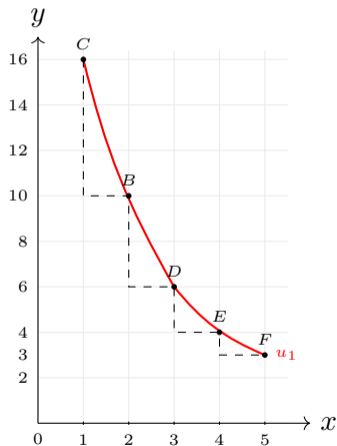
Relación Marginal de Sustitución

La **Relación Marginal de Sustitución (RMS)** se define como la tasa a la que el consumidor está dispuesto a sustituir un bien por otro, manteniendo constante la utilidad. Matemáticamente, es el valor absoluto de la pendiente de la curva de indiferencia. Se mide por la pendiente de las curvas de indiferencia.

$$\text{RMS}_{x,y} = -\frac{\Delta y}{\Delta x}$$

para una curva de indiferencia es la misma RMS

Relación Marginal de Sustitución



RMS

- Entre C y B : 6
- Entre B y D : 4
- Entre D y E : 2
- Entre E y F : 1

Cuando la RMS disminuye a lo largo de la curva de indiferencia, esta es convexa.

Relación Marginal de Sustitución

$$u(x_1, x_2) = \frac{\partial u}{\partial x_1} = \text{Utilidad marginal de } x_1$$

Cálculo a partir de la función de utilidad:

$$RMS = - \frac{dx_2}{dx_1} \Big|_{u(x_1, x_2) = \bar{u}} = \frac{\frac{\partial u}{\partial x_1}}{\frac{\partial u}{\partial x_2}}$$

$$RMS = \frac{\frac{\partial u}{\partial x_1}}{\frac{\partial u}{\partial x_2}}$$

Utilidad Marginal

Una derivación alternativa: Utilidad Marginal

Se puede hacer una derivación algo más matemática del concepto de la RMS a partir de la propia función de utilidad.

Suponga que un individuo clasifica dos bienes mediante una función de utilidad de la forma

$$\text{utilidad} = u(x, y)$$

Donde x e y son las cantidades consumidas de cada bien. La utilidad marginal del bien x viene dada por la función:

$$UMg_x = \frac{\partial u}{\partial x}$$

$$U_{xy} = x^{0,5} y^{0,5}$$

Calcule la relación marginal de sustitución

$$RMS = - \frac{dx_2}{dx_1} \Big|_{u(x_1, x_2) = \bar{u}} = \frac{\frac{\partial u}{\partial x_1}}{\frac{\partial u}{\partial x_2}}$$

$$\frac{RMS = \frac{\partial u}{\partial x}}{\frac{\partial u}{\partial y}} = \frac{x^{-0,5} y^{0,5}}{0,5 x^{0,5} y^{-0,5}} = \frac{y}{x}$$

$$u(x, y) = x^{0,6} y^{0,4}$$

$$u(x, y) = \frac{0,6 x^{-0,6} y^{0,4}}{0,4 x^{0,6} y^{-0,4}} = \frac{0,6 y^{0,8}}{0,4 x^{1,2}}$$

Utilidad Marginal

Analicemos el cambio del nivel de estos dos bienes (x e y) de forma que el individuo se mantenga indiferente (es decir $du = 0$).

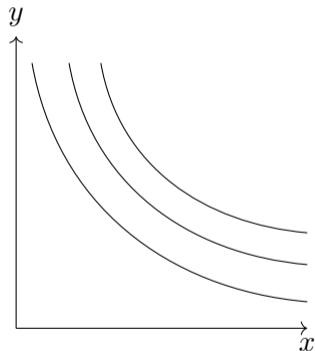
$$du = 0 = \frac{\partial u}{\partial x}dx + \frac{\partial u}{\partial y}dy = UMg_x dx + UMg_y dy$$

Reordenando los términos

$$-\frac{dy}{dx} = \frac{UMg_x}{UMg_y} = \frac{\frac{\partial u}{\partial x}}{\frac{\partial u}{\partial y}}$$

Algunas funciones de utilidad

Funciones del tipo Cobb–Douglas:



- Función de utilidad:

$$u(x, y) = x^\alpha y^\beta$$

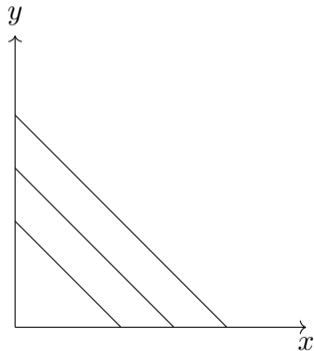
- Relación Marginal de Sustitución:

$$\text{RMS} = \frac{\alpha y}{\beta x}$$

- Curvas de indiferencia:
Estrictamente convexas.

Algunas funciones de utilidad

Funciones de utilidad para bienes Sustitutos Perfectos:



- Función de utilidad:

$$u(x, y) = \alpha x + \beta y$$

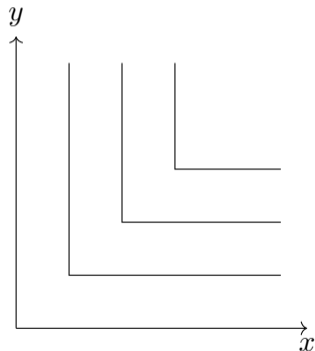
- Relación Marginal de Sustitución:

$$\text{RMS} = \frac{\alpha}{\beta}$$

- Curvas de indiferencia:
Líneas rectas

Algunas funciones de utilidad

Funciones de utilidad para bienes Complementarios Perfectos:



- Función de utilidad:

$$u(x, y) = \min\{\alpha x, \beta y\}$$

- Relación Marginal de Sustitución: Infinita
- Curvas de indiferencia: Con ángulo recto (forma de L)